



ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG DIFFERENTIALGEOMETRIE III

Abrufbar unter: <https://gaspard.janko.fr/de>

**Blatt 9**

**Abgabe:** Bis Dienstag, 10. Januar 2023, 10:00 Uhr bei F402

**Aufgabe 9.1** (*Jacobi-Identität*)

(2 Punkte)

Sei  $M$  eine differenzierbare  $C^\infty$ -Mannigfaltigkeit und seien  $X, Y, Z$  drei  $C^2$ -Vektorfelder. Dann gilt

$$[X, [Y, Z]] + [Y, [Z, X]] + [Z, [X, Y]] = 0.$$

**Aufgabe 9.2**

(2 Punkte)

Sei  $S$  ein  $(1, 1)$ -Tensor. Zeige, dass  $\det(S)$  ein Skalar ist.

**Aufgabe 9.3**

(4 Punkte)

Zeige, dass die Gleichung für Geodätische,

$$\ddot{\alpha}^k + \dot{\alpha}^i \dot{\alpha}^j \Gamma_{ij}^k \circ \alpha = 0,$$

eine Tensorgleichung ist.

**Aufgabe 9.4**

(4 Punkte)

Beweise Lemma 17.22.

**Aufgabe 9.5**

(4 Punkte)

Lies und verstehe Kapitel 5.12 aus [1, S. 78] über den Satz von Gauß für Mannigfaltigkeiten.

[1] Harald Garcke, Analysis IV: Analysis auf Mannigfaltigkeiten, 2018, Skript zur Vorlesung.  
[https://garcke.app.uni-regensburg.de/1st/abstracts/Analysis\\_IV.pdf](https://garcke.app.uni-regensburg.de/1st/abstracts/Analysis_IV.pdf)