

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG GEOMETRISCHE ODEs

Abrufbar unter: <https://gaspard.janko.fr/de>

**Blatt 7**

**Aufgabe 7.1** (4 Punkte). Sei  $n \geq 2$ . Bestimme heuristisch die Asymptotik einer Lösung  $\varphi$  von

$$\varphi^{n-1}(s)\varphi'(s)e^{\varphi(s)} = e^{ns},$$

mit  $\varphi(s) = ns + o(s)$  für  $s \rightarrow +\infty$ . Bestimme damit auch die Asymptotik von  $\varphi'(s)$ ,  $\varphi''(s)$  und  $\varphi'''(s)$  für  $s \rightarrow \infty$ .

**Hinweis:** Anhang B in [1].

**Aufgabe 7.2** (4 Punkte). Seien  $A, B, C \in \mathbb{R}^2$  fixiert und sei  $P \in \mathbb{R}^2$  ein weiterer Punkt. Betrachte ein Netzwerk bestehend aus dem Geradestücken  $\text{conv}(A, P)$ ,  $\text{conv}(B, P)$  und  $\text{conv}(C, P)$  mit Gesamtlänge  $L = L(P) = |A - P| + |B - P| + |C - P|$ . Sei  $P$  so gewählt, dass die Gesamtlänge des Netzwerks minimal ist. Zeige, dass  $P \in \{A, B, C\}$  gilt oder dass je zwei Geradestücken in  $P$  einen Winkel von  $120^\circ$  einschließen.

LITERATUR

- [1] A. Chau and O. Schnürer, *Stability of gradient Kähler-Ricci solitons*.  
Comm. Anal. Geom. 13 (2005), no. 4, 769-800.  
<http://www.math.uni-konstanz.de/~schnuere/mpi2/ocs012.pdf>

**Abgabe:** Dienstag, 11.01.2022, 13:30 Uhr, in der Vorlesung.