Oliver Schnürer,
Gaspard Jankowiak Universität Konstanz Sommersemester 2022

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG FUNKTIONALANALYSIS II

Abrufbar unter: `https://gaspard.janko.fr/de`

Blatt 1

Abgabe: Bis Montag, 18. April 2022, 15:00 Uhr
⚠ *Bitte per E-Mail an* `gaspard.jankowiak@uni-konstanz.de` *oder auf ILIAS*.

Aufgabe 1.1 (*4 Punkte*)

Sei X ein normierter Raum, $x \in X$ und sei $(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset X$ eine Folge mit $\sup\limits_{n\in\mathbb{N}} \|x_n\| < \infty$. Es gebe eine dichte Teilmenge $D \subset X^*$, so dass $\varphi(x_n) \to \varphi(x)$ für alle $\varphi \in D$ gilt.
Beweise, dass $x_n \rightharpoonup x$ gilt.

Aufgabe 1.2 (*4 Punkte*)

(i) Sei X ein normierter Raum und sei $(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset X$ eine schwache Cauchyfolge. Zeige, dass $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ beschränkt ist.

(ii) Sei nun X ein reflexiver Banachraum. Zeige, dass es $x \in X$ mit $x_n \rightharpoonup x$ gibt.

Hinweis zu (ii): Theorem 11.2.4 darf angewendet werden.